

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et aux graphiques.
Veillez à la lisibilité de votre travail. Soulignez vos résultats.

Exercice 1 : Propriétés des fonctions ln et a^x . (5 pts)

a) Résoudre dans \mathbb{R} : $(\ln x)^2 - \ln x = 6$; puis $(\ln x)^2 - \ln x \leq 6$

b) Calculez les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \ln(1 + 5x)}{7x}$

c) Résoudre dans \mathbb{R} : $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0$ puis $9^x - 3^{x+1} - 10 > 0$

Exercice 2 : Équations différentielles. (4 pts)

a) f est une fonction dérivable sur \mathbb{R} et \mathcal{C} est sa courbe représentative.

Déterminez la fonction f telle que : \triangleright pour tout x réel, $f(x) + 2f'(x) = 0$

$\triangleright \mathcal{C}$ admet au point d'abscisse -2 une tangente de coefficient directeur $\frac{1}{2}$

b) Résoudre l'équation différentielle suivante : $2y + 3y' - 1 = 0$

Exercice 3 : Probabilités et probabilités conditionnelles. (6 pts)

© Pour aider la réflexion, il est conseillé de faire un arbre de probabilité. Mais cet arbre ne dispensera pas de rédiger et d'indiquer toutes les formules utilisées pour répondre aux questions !!

Lisez bien l'énoncé, une bonne traduction est essentielle.

Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif lorsqu'une personne testée a un taux d'alcoolémie excessif (c'est à dire strictement supérieur au seuil toléré).

Mais il n'est pas parfait :

◆ À un taux d'alcoolémie excessif, l'éthylotest est positif 96 fois sur cent.

◆ À un taux d'alcoolémie acceptable, l'éthylotest est positif 3 fois sur cent.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants.

Dans une région, 95 % des conducteurs d'automobiles ont un taux d'alcoolémie acceptable.

On soumet au hasard un automobiliste de cette région à l'éthylotest.

On définit les événements suivants :

T : « L'éthylotest est positif » S : « Le conducteur a un taux d'alcoolémie excessif »

1°) Traduire mathématiquement chacune des trois données numériques de l'énoncé.

2°) Quelle est la probabilité qu'un automobiliste ait un taux d'alcoolémie excessif et que l'éthylotest soit positif.

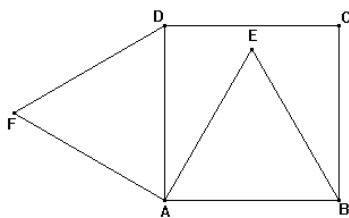
3°) Calculez $P(T)$

4°) Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie excessif si l'éthylotest est positif ?

5°) Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie acceptable si l'éthylotest est négatif ?

6°) Quelle est la probabilité que l'éthylotest donne un résultat erroné ?

Exercice 4 : Nombres complexes et géométrie. (5 pts)



Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de sens direct et les triangles ABE et ADF sont équilatéraux directs.

On se propose de démontrer de deux façons différentes que les points C, E et F sont alignés.

Méthode 1 : utilisation d'une rotation et de sa réciproque.

on note r la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

Déterminer $r(E)$, $r(F)$, construire $r(C)$

Montrez que $r(E)$, $r(F)$ et $r(C)$ sont alignés.

(☺ un indice : médiatrice de [...])

En déduire que E, F et C sont alignés.

Méthode 2 : Utilisation des nombres complexes

On prend le côté du carré comme unité de longueur on considère le repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$

a) Déterminez les affixes des points A, B, C et D dans le plan complexe rapporté à ce repère.

b) Donner l'écriture complexe de la rotation de centre A et d'angle $+\frac{\pi}{3}$ et en déduire les affixes des points E et F.

c) Conclure (plusieurs démarches sont possibles)