EXERCICES MAISON

EXERCICE 1

1. Résoudre le système :

$$\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

2. Dans un repère orthonormal, construire les droites D1 et D2 d'équation respectives y = 3x+5 et y = $-\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

Quelles sont les coordonnées du point A d'intersection? On fera seulement une lecture graphique. Pouvait-on prévoir ce résultat ?

3. Les droites D_1 et D_2 coupent l'axe des abscisses respectivement en E et F. Prouver que le triangle AEF est rectangle.

EXERCICE 2

Soit le nombre C = $7\sqrt{10}\sqrt{\frac{12}{5}}$.

Mettre C sous la forme a $\sqrt{b}$ (a et b étant des nombres entiers et b le plus petit possible).

EXERCICE 3

Calculer A = $3\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$.

EXERCICE 4

Soit E = $(2x + 5)^2 - 5(2x + 5)$

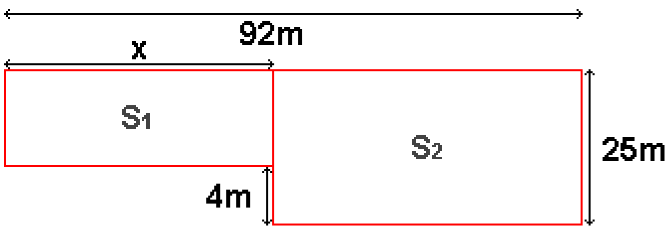
a) Développer et réduire E.

b) Mettre E sous la forme d'un produit de facteurs.

c) Résoudre l'équation : 2x(2x + 5) = 0.

EXERCICE 5

Ce dessin représente deux terrains rectangulaires:



a) Ecrire en fonction de x les aires S1 et S2 dans chaque parcelle.

b) Calculer x pour que les aires S1 et S2 soient égales.

EXERCICE 6

Compléter le tableau suivant.

Questions	Réponse 1 proposée	Réponse 2 proposée	Réponse 3 proposée	Réponse choisie
$\sqrt{8} + \sqrt{18}$ peut s'écrire:	$\sqrt{26}$	$5\sqrt{2}$	$\pm 5\sqrt{2}$	
L'équation: $3x^2-27 = 0$ admet pour solution	x=+3 et x=-3	x=+3 seulement	x=+9 et x=-9	

L'inéquation: -3x+1<-2x-3 est vérifié si	x<4	-4<x<4	x>4	
$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ est égal à:	$\frac{15}{8}$	$\frac{4}{15}$	1,87	
3^2+3^{-2} est égal à:	3^0	$\frac{82}{9}$	0	

CORRECTION

Exercice 1

1. Résolution du système (les lignes 1 et 2 seront notées respectivement L_1 et L_2)

$$\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

On multiplie la L_1 par 3

$$\begin{cases} 9x - 3y + 15 = 0 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

On remplace la ligne 1 par L_1 + L_2

$$\begin{cases} 10x + 10 = 0 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

Et on résout

$$\begin{cases} 10x = -10 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

Maintenant qu'on a trouvé x, on le remplace par sa valeur dans L_2

$$\begin{cases} x = -1 \\ -1 + 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

Et on résout

$$\begin{cases} x = -1 \\ 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Le couple solution est donc : **(-1 ; 2)**

2. La lecture graphique donne comme point d'intersection des deux droites le point **A(-1 ;2)**

3. La droite D_1 : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ coupe l'axe des abscisses en E.

Le point E a donc pour ordonnée $y_E = 0$.

Pour trouver son abscisse, utilisons l'équation de la droite D1. E appartient à D1 donc ses coordonnées vérifient l'équation de D1. Ainsi :

$$y_E = -\frac{1}{3}x_E + \frac{5}{3}$$

Comme $y_E = 0$, on obtient $0 = -\frac{1}{3}x_E + \frac{5}{3}$

soit $\frac{1}{3}x_E = \frac{5}{3} \Rightarrow x_E = 5$

Donc **E(5 ; 0)**

La droite D_2 : $y = 3x + 5$ coupe l'axe des abscisses en F.
Le point F a donc pour ordonnée $y_F = 0$.
Pour trouver son abscisse, utilisons l'équation de la droite D2. F appartient à D2 donc ses coordonnées vérifient l'équation de D2. Ainsi :
$y_F = 3x_F + 5$

Comme $y_F = 0$, on obtient $0 = 3x_F + 5$
soit $3x_F = -5 \Rightarrow x_F = -\dfrac{5}{3}$
Donc **F($-\dfrac{5}{3}$; 0)**

Calculons à présent les distances AE, AF et EF :

La distance entre deux points A$(x_A; y_A)$ et B$(x_B; y_B)$ du plan dont les coordonnées sont connues est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

<u>Calcul de AE² :</u> A(-1 ;2) et E(5 ; 0)

$AE^2 = (x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2$
$AE^2 = (5-(-1))^2 + (0-2)^2$
$AE^2 = 6^2 + 2^2$
$AE^2 = 40$

<u>Calcul de AF² :</u> A(-1 ;2) et F($-\dfrac{5}{3}$; 0)

$AF^2 = (x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2$
$AF^2 = (-\dfrac{5}{3}-(-1))^2 + (0-2)^2$
$AF^2 = \left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 + 4$
$AF^2 = \dfrac{40}{9}$

<u>Calcul de EF² :</u> E(5 ; 0) et F($-\dfrac{5}{3}$; 0)

$EF^2 = (x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2$
$EF^2 = (-\dfrac{5}{3}-5)^2 + (0-0)^2$
$EF^2 = \left(-\dfrac{20}{3}\right)^2$
$EF^2 = \dfrac{400}{9}$

Calculons $AF^2 + AE^2$:

$AF^2 + AE^2 = \frac{40}{9} + 40 = \frac{40}{9} + \frac{360}{9}$

$AF^2 + AE^2 = \frac{400}{9} = EF^2$

On a alors $\mathbf{AF^2 + AE^2 = EF^2}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle.

EXERCICE 2

$C = 7\sqrt{10}\sqrt{\frac{12}{5}}$

$C = 7\sqrt{10 \times \frac{12}{5}}$

$C = 7\sqrt{24}$

$C = 7\sqrt{6 \times 4}$

$C = 7 \times 2\sqrt{6}$

$C = 14\sqrt{6}$

EXERCICE 3

$A = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$

$A = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{25 \times 3}$

$A = 3\sqrt{3} + 2 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 2\sqrt{3}$

$A = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$

$A = -\sqrt{3}$

EXERCICE 4

a) **Développons E :**

$E = (2x + 5)^2 - 5(2x + 5)$

$E = (2x)^2 + 2 \times 5 \times 2x + 5^2 - 5 \times 2x - 5 \times 5$

$E = 4x^2 + 20x + 25 - 10x - 25$

$E = 4x^2 + 10x$

b) **Factorisons E :**

$E = (2x + 5)^2 - 5(2x + 5)$

$E = (2x + 5)[(2x + 5) - 5]$

$E = 2x(2x + 5)$

c) **Résolvons E = 0 :**

$E = 0$

$\Leftrightarrow 2x(2x + 5) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $2x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = -5$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -\frac{5}{2}$

Les solutions de l'équation sont 0 et $-\frac{5}{2}$.

EXERCICE 5

a) On rappelle que l'aire d'un rectangle est :
$A = L \times l$
Avec L = Longueur et l = largeur

Rectangle 1
Longueur : x
Largeur : 25 - 4 = 21 m
Aire = Longueur x largeur = 21x
S_1 = 21x

Rectangle 2
Longueur : 92 - x
Largeur : 25
Aire = Longueur x largeur = 25(92 - x) = 2300 - 25x
S_2 = 2300 - 25x

b) On cherche x tel que les aires soient égales
Ceci revient à écrire que :
$S_1 = S_2$
21x = 2300 - 25x
21x + 25x = 2300
46x = 2300
x = 50
Donc pour que les aires S1 et S2 soient égales, il faut que x = 50.

EXERCICE 6

Questions	Réponse 1 proposée	Réponse 2 proposée	Réponse 3 proposée	Réponse choisie
$\sqrt{8} + \sqrt{18}$ peut s'écrire:	$\sqrt{26}$	$5\sqrt{2}$	$\pm 5\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$
L'équation: $3x^2-27 = 0$ admet pour solution	x=+3 et x=-3	x=+3 seulement	x=+9 et x=-9	x=+3 et x=-3
L'inéquation: -3x+1<-2x-3 est vérifié si	x<4	-4<x<4	x>4	x>4
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ est égal à:	$\frac{15}{8}$	$\frac{4}{15}$	1,87	$\frac{15}{8}$
3^2+3^{-2} est égal à:	3^0	$\frac{82}{9}$	0	$\frac{82}{9}$

<u>Détail des calculs:</u>

1. $\sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

2. $3x^2 - 27 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0$ (on a divisé par 3 les deux membres de l'équation)
$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) = 0$ (identité remarquable ; $a^2-b^2 = (a + b)(a - b)$)
$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$

3. $-3x + 1 < -2x -3$
$\Leftrightarrow -3x + 2x < -3 -1$
$\Leftrightarrow -x < -4$
$\Leftrightarrow x > 4$

4. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}+\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{15}{8}$

5. $3^2+3^{-2}=3^2+\frac{1}{3^2}=\frac{3^2\times 3^2}{3^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{3^4+1}{3^2}=\frac{82}{9}$

retrouvez cette page sur l'île des mathématiques