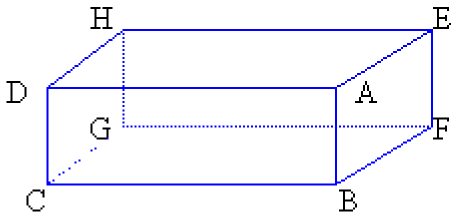
GÉOMÉTRIE

EXERCICE 1

1. Tracer un segment [AB] de longueur 10 cm.
Soit H le point de ce segment tel que AH = 3 cm.
Sur la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point H, placer C tel que AC = 6 cm.
2. Calculer CH. En donner l'arrondi au centième.
Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{CAH}$. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{CAH}$.
3. Par le point H, on mène la parallèle à la droite (BC) qui coupe (AC) en M.
Calculer AM.

EXERCICE 2

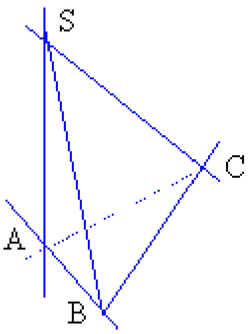
On considère le parallélépipède rectangle ci-dessous.



AB = 3cm; AD = 8cm; AE = 6cm.
M est le milieu du segment [BC] et N le milieu du segment [BF].
1. Calculer AM et MN. En déduire la nature du triangle AMN.
2. On découpe dans le pavé la pyramide ABMN. Calculer le volume de la partie restante.

EXERCICE 3

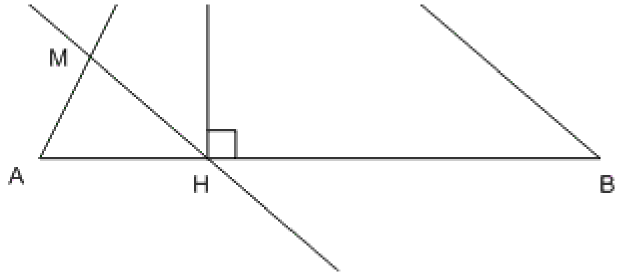
Le solide représenté ci-dessous est une pyramide dont la base est un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm; la hauteur [SA] de cette pyramide mesure 5 cm; les triangles SAB et SAC sont rectangles en A.



1. Soit H le milieu de [BC]. Calculer la valeur exacte de AH.
2. Prouver que le triangle SAH est rectangle. En déduire SH.
3. Calculer la valeur exacte du volume de cette pyramide.

EXERCICE 1

1. Figure :



2. <u>Calcul de CH</u>

Le triangle AHC est rectangle en H (par hypothèse (AB) $\perp$ (CH)). On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AH^2 + CH^2$

$CH^2 = AC^2 - AH^2$

$CH^2 = 6^2 - 3^2$

$CH^2 = 36 - 9$

$CH^2 = 27$

$CH = \sqrt{27}$

$CH = \sqrt{9 \times 3}$

$CH = 3\sqrt{3}$

CH $\approx$ 5,20 cm

$$\cos(C\hat{A}H) = \frac{côté\_adjacent}{hypothénuse} = \frac{AH}{AC}$$

$$\cos(C\hat{A}H) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$C\hat{A}H = 60°$

3. <u>Calcul de AM:</u>

Les triangles AMH et ABC forment une figure de Thalès. Par hypothèse (MH) // (BC) donc on peut appliquer le Théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AH}{AB}$$

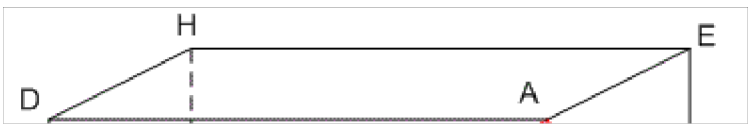
Ce qui nous donne :

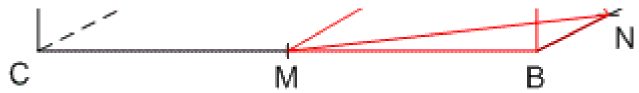
$$AM = \frac{AH \times AC}{AB}$$

$$AM = \frac{3 \times 6}{10}$$

$$AM = 1{,}8 \text{ cm}$$

Exercice 2





1.
Le quadrilatère ABCD est un rectangle donc (AB) $\perp$ (BC). Donc le triangle ABM est rectangle en B. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$AM^2 = AB^2 + BM^2$

AB = 3 cm
BM = 0,5 × 8 = 4 cm (car M est le milieu de [BC])

$AM^2 = 3^2 + 4^2$
$AM^2 = 9 + 16$
$AM^2 = 25$
AM = 5 (car les longueurs sont toujours positives)

De même, MNB est un triangle rectangle en B :

$MN^2 = BM^2 + BN^2$

BM = 4 cm
BN = 0,5 × 6 = 3 cm (car N est le milieu de [BF])

$MN^2 = 4^2 + 3^2$
$MN^2 = 16 + 9$
$MN^2 = 25$
MN = 5

Le triangle AMN est donc isocèle en M puisque AM = MN.

2.
Volume Restant = Volume Parallélépipède - Volume Pyramide

Volume Parallélépipède = $(L \times l \times h) = AD \times AB \times AE = 8 \times 3 \times 6 = 144$ cm³

Volume Pyramide = $\frac{1}{3} Base \times h$

Base = Aire du triangle MNB = $\frac{1}{2} BM \times BN$

$h = AB$

Volume Pyramide = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} BM \times BN \times AB = \frac{1}{6} \times 4 \times 3 \times 3 = 6$ cm³

Volume Restant = 144 - 6

Volume Restant = 138 cm³

Exercice 3

1. H est le milieu de BC donc [AH] est une médiane du triangle ABC. Comme dans un triangle équilatéral hauteur et médiane sont confondues, [AH] est aussi une hauteur. Donc (AH) et (BC) sont perpendiculaires. Le triangle ABH est donc rectangle en H. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$AH^2 = AB^2 - BH^2$

$AH^2 = 4^2 - 2^2$

$AH^2 = 16 - 4$

$AH^2 = 12$

$AH = \sqrt{12}$

$AH = \sqrt{4 \times 3}$

$AH = 2\sqrt{3}$

2. Par hypothèse, les triangles SAB et SAC sont rectangles en A, donc (SA) $\perp$ (SB) et (SA) $\perp$ (SC). Or si une droite est perpendiculaire à deux droites sécantes, alors elle est perpendiculaire au plan qu'elles forment. (SA) est donc perpendiculaire au plan (ABC). Or si une droite est perpendiculaire à un plan, alors elle est perpendiculaire à toute droite de ce plan. (AH) appartient à (ABC) donc (SA) $\perp$ (AH). Donc le triangle SAH est rectangle en A. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$SH^2 = SA^2 + AH^2$

$SH^2 = 5^2 + (2\sqrt{3})^2$

$SH^2 = 25 + 4 \times 3$

$SH^2 = 37$

$SH = \sqrt{37}$

3. Volume de la pyramide :

$V = \frac{1}{3} Base \times Hauteur$

$V = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} \times BC \times AH\right) \times SA$

$V = \frac{1}{6} \times BC \times AH \times SA$

$V = \frac{1}{6} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times 5$

$V = \frac{20\sqrt{3}}{3}$

retrouvez cette page sur l'île des mathématiques